

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

1.a) $f'(x) = \left(x^{\frac{3}{2}} - 3x \right)' = \frac{3\sqrt{x} - 6}{2}.$

b) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 4$. Din tabelul de variație al funcției $f \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0; 4]$ și crescătoare pe $[4; \infty)$.

c) Din punctul **b)** și din $l_d(0) = 0, f(1) = -2 \Rightarrow -2 \leq f(x) \leq 0, \forall x \in (0; 1]$.

$$x, x^2 \in (0; 1] \Rightarrow f(x), f(x^2) \in [-2; 0] \Rightarrow -4 \leq f(x) + f(x^2) \leq 0.$$

2. a) $F'(x) = (e^x + x^3 + 2x - 1)' = e^x + 3x^2 + 2 = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f .

b) Avem $\int_0^1 f(x) \cdot F(x) dx = \int_0^1 F'(x) \cdot F(x) dx = \frac{F^2(x)}{2} \Big|_0^1 = \frac{(e+2)^2}{2}.$

c) Ținând cont că F este primitivă a lui f obținem $xf(x) + F(x) = xF'(x) + F(x) = (x \cdot F(x))'.$

$$\text{Deci } \int_0^1 (xf(x) + F(x)) dx = \int_0^1 (xF(x))' dx = xF(x) \Big|_0^1 = F(1).$$