Soluție

1.a) $f'(x)=\left(x^{\frac{3}{2}}-3x\right)'=\frac{3\sqrt{x}-6}{2}$.

b) $f'(x)=0\Rightarrow x=4$. Din tabelul de variație al funcției $f\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0;4]$ şi crescătoare pe $[4;\infty)$.

c) Din punctul **b)** şi din $l_d(0)=0$, $f(1)=-2\Rightarrow -2\le f(x)\le 0,\ \forall x\in(0;1]$.

$x,x^2\in(0;1]\Rightarrow f(x),\ f\left(x^2\right)\in[-2;0)\Rightarrow -4\le f(x)+f\left(x^2\right)\le 0$.

2. a) $F'(x)=\left(e^x+x^3+2x-1\right)'=e^x+3x^2+2=f(x),\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f.

b) Avem $\int_0^1 f(x)\cdot F(x)\,dx=\int_0^1 F'(x)\cdot F(x)\,dx=\left.\frac{F^2(x)}{2}\right|_0^1=\frac{(e+2)^2}{2}$.

c) Ținând cont că F este primitivă a lui f obținem $xf(x)+F(x)=xF'(x)+F(x)=\left(x\cdot F(x)\right)'$.

Deci $\int_0^1\left(xf(x)+F(x)\right)dx=\int_0^1\left(xF(x)\right)'\,dx=\left.xF(x)\right|_0^1=F(1)$.