

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

1. a) $f'(x) = \left(\frac{2x-1}{x-1} \right)' = -\frac{1}{(x-1)^2}, \forall x > 1.$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = -\frac{1}{(2-1)^2} = -1.$

c) Din $f'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x > 1$, rezultă că funcția f este descrescătoare pe $(1, +\infty)$.

2. a) $\int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x} dx = \int_1^4 \frac{1}{x} dx + \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 + \ln 4.$

b) $\int_1^4 g(x) dx = \frac{1}{4} \int_1^4 x' \cdot \ln x dx = \ln 4 - \frac{3}{4}.$

c) $\frac{1}{2} \int_1^e \frac{1+x}{x^2} \ln x dx = \frac{1}{4} \ln^2 x \Big|_1^e - \frac{1}{2x} \ln x \Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{2x^2} dx = \frac{3}{4} - \frac{1}{e}.$