

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

1. a) $f'(x) = ((x-2)\ln x)' = \ln x + \frac{x-2}{x}, \forall x > 0.$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = -1.$

c) Funcția f' este crescătoare pe $(0, +\infty) \Leftrightarrow (f'(x))' \geq 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow f''(x) \geq 0, \forall x > 0.$

Cum $f''(x) = \left(\ln x + \frac{x-2}{x} \right)' = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{x+2}{x^2} > 0, \forall x > 0 \Rightarrow f' \nearrow$ pe $(0, +\infty).$

2. a) Deoarece $f'(x) = (\sqrt{x} + \ln x)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{x} + 2}{2x} = g(x), \forall x > 0,$

rezultă că funcția f este o primitivă a funcției g .

b) $\int_1^4 f(x) \cdot g(x) dx = \int_1^4 f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_1^4 = \frac{(2 + \ln 4)^2 - 1}{2}.$

c) $\int_1^4 g(x) \cdot f''(x) dx = \int_1^4 g(x) \cdot g'(x) dx = \frac{g^2(x)}{2} \Big|_1^4 = -1.$