

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

- $$\left. \begin{aligned} f_s(0) &= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} e^x = 1 \\ f_d(0) &= \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (1 + \sqrt{x}) = 1 \\ f(0) &= 1 + \sqrt{0} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{funcția } f \text{ este continuă în } x_0 = 0.$$
- 1. a)** Avem:
- b)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = e^{-\infty} = 0$. Deci dreapta $d: y = 0$ este asimptotă orizontală la G_f către $-\infty$.
- c)** Funcția f este concavă pe $(0, +\infty)$ dacă $f''(x) < 0, \forall x > 0$. $f'(x) \stackrel{\text{pentru } x > 0}{=} (1 + \sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ și
- $$f''(x) \stackrel{\text{pentru } x > 0}{=} \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \right)' = -\frac{1}{4x\sqrt{x}} < 0, \text{ pentru orice } x > 0, \text{ rezultă că } f \text{ este concavă pe } (0, +\infty).$$
- 2. a)** Deoarece $f(\sqrt{x}) = e^{(\sqrt{x})^2} = e^x, \forall x \geq 0 \Rightarrow \int f(\sqrt{x}) dx = \int e^x dx = e^x + C$.
- b)** $\int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx = \int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx \stackrel{\substack{u(x)=x^2 \\ u'(x)=2x}}{=} \frac{1}{2} \int_0^1 u'(x) \cdot e^{u(x)} dx = \frac{1}{2} e^{u(x)} \Big|_0^1 = \frac{e-1}{2}$.
- c)** $f(50) = e^{x^{100}} \Rightarrow \int_0^1 e^{x^{100}} \cdot x^{99} dx = \frac{1}{100} \int_0^1 e^{u(x)} \cdot u'(x) dx = \frac{e-1}{100}$, unde $u(x) = x^{100}$.