Soluție:

1.a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{3x^2-4x+1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{6x-2}{6x-4}=\dfrac{4}{2}=2$.

b) $f'(x)=4x^3-12x+18$; $f''(x)=12x^2-12$; $f''(x)=0\Rightarrow x_1=1$, $x_2=-1$.

Tabelul de variație pentru $f''\Rightarrow$ funcția f este concavă pe intervalul $(-1,1)$ și convexă pe intervalele $(-\infty,-1)$ și $(1,\infty)$.

c) $g(x)=\left(x^2-1\right)\ln x$; g continuă pe $(0,\infty)$; $g(x)=0\Rightarrow x=1$ și $g\left(\dfrac{1}{e}\right)>0$, $g(e)=\left(e^2-1\right)\cdot\ln e>0$.

Din tabelul de variație pentru $g\Rightarrow g$ pozitivă pe tot domeniul de definiție, cu excepția $g(1)=0$.

2.a) $l_s(0)=l_d(0)=1=f(0)\Rightarrow f$ continuă în $x=0\Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R}\Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) $\int\limits_0^1 f(x)\,dx=\left(\ln(x+1)-\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\Bigg|_0^1=\ln 2-\dfrac{2}{3}$.

c) $g(x)=\left(\dfrac{1}{x^2+1}-x\right)\cdot(-x)=\dfrac{x^4+x^2-x}{x^2+1}\geq 0$ pentru $x\geq 1\Rightarrow$ Aria$\left(\Gamma_g\right)=\int\limits_1^2\left(\dfrac{-x}{x^2+1}+x^2\right)dx=$

$=-\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Bigg|_1^2+\dfrac{x^3}{3}\Bigg|_1^2=\dfrac{7}{3}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{2}$.