Soluție

1.a) $f'(x)=e^x-1$.

b) $f''(x)=e^x \Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x-1}{e^x}=1$.

c) $f'(x)=0 \Rightarrow x=0.$ Din tabelul de variație rezultă că f este crescătoare pe $[1;\infty)$.

$\sqrt{2009}\le\sqrt{2010}\Rightarrow f\left(\sqrt{2009}\right)\le f\left(\sqrt{2010}\right)$

2.a) $\int_0^2 (x+1)\,f(x)\,dx=\int_0^2 x^3\,dx=4.$

b) $\int_0^1 g(x)\,dx=\int_0^1 f''(x)\,dx=f'(x)\Big|_0^1$; $f'(x)=\dfrac{2x^3+3x^2}{(x+1)^2}\Rightarrow\int_0^1 g(x)\,dx=\dfrac{5}{4}$.

c) $\int g(x)\,dx=\int f''(x)\,dx=f'(x)+c=2x-1+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\mathcal{C}.$ O primitivă este de forma

$G:[0,\infty)\to\mathbb{R}$, $G(x)=2x-1+\dfrac{1}{(x+1)^2}+c$; $\lim\limits_{x\to+\infty}G(x)=\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{G(x)}{x}=2$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(G(x)-2x\right)=-1+c\Rightarrow$

$-1+c=0\Rightarrow c=1\Rightarrow G(x)=\dfrac{2x^3+3x^2}{(x+1)^2}+1$.