Soluție

1.a) $f'(x)=e^x-e$.

b) $f''(x)=e^x$; $f''(x)>0$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R} \Rightarrow f$ convexă pe $\mathbb{R}$.

c) Ecuația tangentei $y-f(0)=f'(0)(x-0)$; $f'(0)=1-e$; $y=(1-e)x$; $\begin{cases} y=(1-e)x \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow y=1-e \Rightarrow A(1,1-e)$.

2.a) $l_s(0)=l_d(0)=f(0)=0 \Rightarrow f$ continuă în $x=0 \Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} x^3\,dx+\int_{0}^{1}\left(x+\sqrt{x}\right)dx=\frac{x^4}{4}\Big|_{-1}^{0}+\left(\frac{x^2}{2}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}\right)\Big|_{0}^{1}=\frac{11}{12}$.

c) $\int_{a}^{b} f(x)\,dx=\int_{b}^{c} f(x)\,dx \Leftrightarrow F(b)-F(a)=F(c)-F(b) \Leftrightarrow 2F(b)=F(c)+F(a) \Leftrightarrow F(b)=\frac{F(c)+F(a)}{2}$.