

**Soluție**

**1.a)**  $f'(x) = \frac{2-2x^2}{(1+x^2)^2}.$

**b)** Tabelul de variație al funcției  $f \Rightarrow x = -1$  minim local,  $x = 1$  maxim local.

**c)** Din tabelul de variație al funcției  $\Rightarrow f(x) \geq -1$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .

**2.a)**  $\int_0^1 f(x) dx = \left( \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{2}.$

**b)**  $\int_0^1 e^x (x+2) dx = e^x (x+2) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e^x (x+1) \Big|_0^1 = 2e - 1.$

**c)**  $V = \pi \int_0^1 (px+2)^2 dx = \pi \int_0^1 (p^2 x^2 + 4px + 4) dx = \pi \left( p^2 \cdot \frac{x^3}{3} + 4p \cdot \frac{x^2}{2} + 4x \right) \Big|_0^1 = \pi \left( \frac{p^2}{3} + 2p + 4 \right).$

Volumul este minim pentru  $p = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{3}} = -3.$