

Soluție

1.a) $f'(x) - g'(x) = (3x^2 - 6x) - (3x^2 - 10x + 8) = 4x - 8.$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 6x}{3x^2 - 10x + 8} \stackrel{0/0}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x - 6}{6x - 10} = 3.$

c) $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0$, de unde $x = 0$, $x = 2$. Din tabelul de variație al funcției $\Rightarrow f(x) \geq 0$, oricare ar fi $x \in (0, \infty)$.

2.a) $F'(x) = e^x + 1 - \frac{1}{x} = e^x + \frac{x-1}{x} = f(x)$. F derivabilă pe $(0, \infty) \Rightarrow F$ primitivă.

b) $\int_1^2 x e^x dx = \left(x e^x - e^x \right) \Big|_1^2 = e^2.$

c) Pentru $x \in [1, e]$, $f(x) > 0 \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_f) = \int_1^e f(x) dx = F(x) \Big|_1^e = e^e - 2$. $e^e - 2 = e^m - 2 \Leftrightarrow m = e$.