

Soluții

1. a) $f'(x) = \frac{\sqrt{x} - (x-1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{x+1}{2x\sqrt{x}}.$

b) $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; \infty) \Rightarrow f$ crescătoare pe $(0; \infty) \Rightarrow f(2010) \leq f(2011) \Leftrightarrow 2009\sqrt{2011} \leq 2010\sqrt{2010}.$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \infty$, deci nu există asimptotă orizontală spre $+\infty$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x\sqrt{x}} = 0$, deci nu există asimptotă oblică spre $+\infty$.

2. a) f este continuă pe $(-\infty; 1)$ și pe $(1; \infty)$. $l_s(1) = l_d(1) = f(1) = 0$, deci f este continuă și în $x_0 = 1$, adică f este continuă pe \mathbb{R} adică admite primitive.

b) $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 + x - 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = -\frac{7}{6}.$

c) $h(x) = \ln x; V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx = \pi x \ln^2 x \Big|_1^e - \pi \int_1^e 2 \ln x dx = \pi(e - 2).$