

Soluții

1. a) $f'(x) = \ln x + \frac{x-3}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = -2$

c) $f''(x) = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} > 0$, pentru orice $x > 0$, deci f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. a) $F'(x) = f(x)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci F este primitivă a lui f .

b) $F(x) \geq 0, \forall x \in [0, 1] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_F) = \int_0^1 F(x) dx = \int_0^1 x \cdot e^x dx = (x-1)e^x \Big|_0^1 = 1.$

c) $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 1} dx = - \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx = -\ln(e^x + 1) \Big|_0^1 = \ln\left(\frac{2}{e+1}\right).$