

Soluții

1. a) $f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - 2x^3}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}.$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, deci $y = 1$ este asimptotă orizontală la $+\infty$.

c) Derivata funcției f este pozitivă pe intervalul $(0, +\infty)$ rezultă că f este crescătoare pe $(0, +\infty)$ deci $f(\sqrt[3]{2008}) \leq f(\sqrt[3]{2009})$.

2. a) $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

b) $g(x) \geq 0, \forall x \in [0, 1] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_g) = \int_0^1 x \cdot e^x dx = (x-1) \cdot e^x \Big|_0^1 = 1.$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$