Soluții

1. a) $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x \ln 3$.

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$, deci $y = 0$ este asimptotă orizontală la $-\infty$.

c) $f''(x) = 2^x \ln^2 2 + 3^x \ln^2 3 > 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci f este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. a) $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1) f_2(x)\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2\,dx = \frac{1}{24}$.

b) $f_1(x) \geq 0,\ \forall x \in [0;1] \Rightarrow \text{Aria}\left(\Gamma_{f_1}\right) = \int_0^1 \frac{x}{x+1}dx = \left(x - \ln(x+1)\right)\Big|_0^1 = 1 - \ln 2$.

c) $\frac{x^{2009}}{x+1} \leq \frac{1}{x+1}$, pentru orice $x \in [0,1]$ deci $\int_0^1 f_{2009}(x)\,dx \leq \int_0^1 \frac{1}{x+1}dx = \ln 2$.