

Soluții

1. a) $f'(x) = \frac{(2x-1)e^x - (x^2 - x + 1)e^x}{e^{2x}} = \frac{-x^2 + 3x - 2}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = 0$, deci $y=0$ este asimptotă orizontală la $+\infty$.

c) Din semnul derivatei lui f obținem că f este descrescătoare pe $(-\infty, 1]$ și crescătoare pe $[1, 2]$ deci $f(x) \geq f(1) = \frac{1}{e}$, pentru orice $x \leq 2$.

2. a) $\int f^2(x) dx = \int (x+2) dx = \frac{x^2}{2} + 2x + C$.

b) $f(x) = \sqrt{x+2} \geq 0, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_f) = \int_0^1 \sqrt{x+2} dx = \frac{2\sqrt{(x+2)^3}}{3} \Big|_0^1 = \frac{2(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})}{3}$.

c) $\int_0^1 x^{2009} \sqrt{x+2} dx \leq \int_0^1 x^{2009} \sqrt{3} dx = \frac{\sqrt{3}}{2010}$.