Soluții

1. a) $f'(x) = (2x+2)\cdot e^x + \left(x^2+2x+1\right)\cdot e^x = (x+1)(x+3)\cdot e^x,\ x\in\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2x+1}{e^{-x}} = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+2}{-e^{-x}} = 0 \Rightarrow y=0$ este ecuația asiptotei orizontale la G_f către $-\infty$.

c) $f'(x)=0 \Rightarrow x\in\{-3;-1\}$. Din tabelul de variație al funcției obținem $f(x)\le f(-3)=\dfrac{4}{e^3},\ \forall x\le -1$.

Deci $f(-2)+f(-4)\le\dfrac{8}{e^3}$.

2. a) *f* continuă pe $(-\infty;1)$ şi pe $(1;\infty)$; $l_s(1)=l_d(1)=f(1)=0\Rightarrow f$ continuă şi în $x_0=1\Rightarrow f$ admite primitive.

b) Fie F o primitivă a funcției *f*. *F* este convexă pe $(1;\infty)\Leftrightarrow F''(x)=f'(x)=\dfrac{1}{x}>0,\ \forall x>1$, inegalitate adevărată.

c) $\int\limits_0^e f(x)dx = \int\limits_0^1\left(x^2-3x+2\right)dx + \int\limits_1^e \ln x dx = \dfrac{11}{6}$.