Soluții

1. a) $f'(x)=6x^2-6x$, $f'(1)=0$.

b) $f''(x)=12x-6$ şi din semnul derivatei a doua se obține că f este concavă pe $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ şi convexă pe $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$.

c) Din studiul semnului derivatei funcției f se obține că f este crescătoare pe $\left[-\frac{1}{2},0\right]$, descrescătoare pe $[0;1]$ şi crescătoare pe $[1,+\infty)$ şi cum $f\left(-\frac{1}{2}\right)=f(1)=0$ rezultă $f(x)\geq 0$, pentru orice $x\geq -\frac{1}{2}$.

2. a) $\int f(x)dx=e^x+\mathcal{C}$.

b) $h(x)=xe^x\geq 0,\ \forall x\in[0;1]\Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_h)=\int_0^1 x\cdot e^x dx=(x-1)\cdot e^x\Big|_0^1=1$.

c) $1-x\geq x$, pentru orice $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$, deci $e^{1-x}-e^x\geq 0$, pentru orice $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$, de unde $\int_0^{\frac{1}{2}}\left(g(x)-f(x)\right)dx\geq 0$.