Soluții

1. a) $f'(x)=2x-1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x>0$.

b) $f''(x)=2+\frac{1}{x^2}>0$, pentru orice $x>0$, deci f este convexă pe $(0,+\infty)$.

c) Din studiul semnului derivatei lui f se deduce că f este descrescătoare pe $(0;1]$ şi crescătoare pe $[1,+\infty)$, deci $f(x)\ge f(1)=0$, pentru orice $x>0$.

2. a) $\int f_1(x)dx=\int(2-x)dx=2x-\frac{x^2}{2}+\mathcal{C}$.

b) $g(x)=(2-x)\cdot e^x\ge 0,\ \forall x\in[0;2]\Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_g)=\int_0^2(2-x)\cdot e^x dx=(3-x)e^x\Big|_0^2=e^2-3$.

c) $V=\pi\int_0^2(2-x)^{10}dx=-\frac{\pi(2-x)^{11}}{11}\Big|_0^2=\frac{2^{11}\pi}{11}$.