Soluții

1. a) $f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$, pentru orice $x > 0$.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$, deci $y = 0$ este asimptotă orizontală la $+\infty$.

c) $f'(x) \le 0$, pentru orice $x \in [e, +\infty)$ și atunci f este descrescătoare pe $[e, +\infty)$, deci $f(2008) \ge f(2009)$.

2. a) $\int f(x)dx = \dfrac{2x\sqrt{x}}{3} + \mathcal{C}$.

b) $g(x) = \dfrac{x}{x^2+1} \ge 0,\ \forall x \in [0;1] \Rightarrow \text{Aria}(\Gamma_g) = \int\limits_0^1 \dfrac{x}{x^2+1} dx = \dfrac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Big|_0^1 = \dfrac{\ln 2}{2}$.

c) $V = \pi \int\limits_0^1 x \cdot e^x dx = \pi(x-1) \cdot e^x \Big|_0^1 = \pi$.