Soluții

1. a) $f'(x)=\dfrac{(2x-1)\left(x^2+x+1\right)-\left(x^2-x+1\right)(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2}=\dfrac{2x^2-2}{\left(x^2+x+1\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=1$, deci $y=1$ este asimptotă orizontală către $+\infty$ la graficul funcției *f*.

c) Din studiul semnului derivatei lui *f* se obține că *f* este crescătoare pe $[1,+\infty)$ deci $f\left(\sqrt[3]{2009}\right)\le f\left(\sqrt[3]{2010}\right)$.

2. a) $\int f'(x)dx=\ln x+\mathcal{C}$.

b) $f(x)\ge 0,\ \forall x\in[1;e]\Rightarrow \text{Aria}\left(\Gamma_f\right)=\int_1^e \ln x dx=(x\ln x-x)\Big|_1^e=1$.

c) $\ln x\le 1$, pentru orice $x\in[1,e]$, deci $e^x\cdot\ln x\le e^x$, pentru orice $x\in[1,e]$ și atunci $\int_1^e e^x f(x)dx\le\int_1^e e^x=e^e-e.$