

**Soluții**

1. a)  $f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$  pentru orice  $x > 1$ .

b) Ecuația tangentei este  $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$ , adică  $y = e^2$ .

c) Din studiul semnului derivatei lui  $f$  rezultă că  $f$  este descrescătoare pe  $(1; 2]$  și crescătoare pe  $[2; +\infty)$

deci  $f(x) \geq f(2) = e^2$  pentru orice  $x > 1$ .

2. a)  $\int_1^4 f_1(x) dx = \frac{2\sqrt{5}}{3} x\sqrt{x} \Big|_1^4 = \frac{14\sqrt{5}}{3}$ .

b)  $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4x) \Big|_1^4 = \frac{1}{2} \ln \frac{32}{5}$ .

c)  $V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2 + 4x} dx = \frac{\pi}{4} \int_1^4 \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \right) dx = \frac{\pi}{4} (\ln x - \ln(x+4)) \Big|_1^4 = \frac{\pi}{4} \ln \frac{5}{2}$ .