

Soluție

1. $\Delta < 0 \Rightarrow z_{1,2} \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ și conjugate. $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot \overline{z_1} = |z_1|^2$, dar $z_1 \cdot z_2 = 25 \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 10$.
2. $f(f(f(x))) = -8x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, deci f este strict descrescătoare.
3. Ecuația dată se scrie $3^{2x} + 3^x - 2 = 0$. Notând $3^x = y$ obținem ecuația $y^2 + y - 2 = 0$ cu soluțiile -2 și 1 .
Cum $3^x > 0$, convine doar $3^x = 1$, deci $x = 0$.
4. f bijectivă $\Rightarrow f$ surjectivă $\Rightarrow \text{Im}(f) = A$. Atunci $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2) = 0$.
5. Mijlocul segmentului $[AB]$ este $M(0; 1)$. Punctul $P(x, y)$ aparține mediatoarei segmentului $[AB]$ dacă și numai dacă $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$. Avem $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ iar $\overrightarrow{MP} = x\vec{i} + (y-1)\vec{j}$.
Ecuația mediatoarei lui $[AB]$ va fi: $2x - 4(y-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$.
6. Avem $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
 $\text{tg } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$