

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluție**

1. Numerele  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^{2009}}$  sunt în progresie geometrică cu rația  $\frac{1}{2}$ .

Rezultă că  $s = \frac{\frac{1}{2^{2010}} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 2 - \frac{1}{2^{2009}}$  și de aici  $1 < s < 2$ .

2.  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -4x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ . Punctul de intersecție cerut este  $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

3. Utilizând relația  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , ecuația devine  $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ .

Notăm  $\sin x = y$  și obținem ecuația  $y^2 + y - 2 = 0$  cu soluțiile 1 și -2.

Ecuația  $\sin x = -2$  nu are soluții (pentru că  $-1 \leq \sin x \leq 1$ ), iar  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x_k = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

4. Sunt  $5^3$  moduri de alegere a valorilor  $f(0), f(1), f(2)$ , deci 125 de funcții.

5. Patrulaterul convex  $ABCD$  este paralelogram dacă și numai dacă diagonalele sale au același mijloc.

Mijlocul lui  $[AC]$  este  $M\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ . Fie  $D(x, y)$ . Mijlocul lui  $[BD]$  este  $M'\left(\frac{-1+x}{2}; \frac{1+y}{2}\right)$ .

$M = M' \Leftrightarrow \frac{-1+x}{2} = \frac{3}{2}$  și  $\frac{1+y}{2} = 1 \Rightarrow D(4, 1)$ .

6. Deoarece  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos x < 0$  și atunci  $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{4}{5}$ .

Deoarece  $\frac{x}{2} \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin \frac{x}{2} > 0$ , deci  $\sin \frac{x}{2} = +\sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ .