Soluție

1. Avem $|3+4i|=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ şi atunci $|z|=\left|(3+4i)^4\right|=|3+4i|^4=5^4=625$.

2. Fie $V\left(x_V, y_V\right)$ vârful parabolei $\Rightarrow x_V=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{2},\ y_V=-\dfrac{\Delta}{4a}=\dfrac{1}{2}$. Evident $x_V+y_V=0.$

3. Ecuația devine $\sin x(1-2\cos x)=0 \Leftrightarrow \sin x=0$ sau $1-2\cos x=0$.

Cum $x\in[0, 2\pi)$, avem $\sin x=0 \Leftrightarrow x=0$ şi $x=\pi$, iar $\cos x=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}$ şi $x=\dfrac{5\pi}{3}$, deci 4 soluții.

4. Numărul funcțiilor bijective $g:\{2,3,4,5\}\to\{1,3,4,5\}$ este $4!=1\cdot2\cdot3\cdot4=24$.

5. Avem $\overrightarrow{AB}=-3\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\overrightarrow{CD}=(a-1)\vec{i}+\vec{j}$.

Atunci $AB\perp CD \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0 \Leftrightarrow -3(a-1)+2=0 \Leftrightarrow a=\dfrac{5}{3}$.

6. Avem $\sin x+\cos x=\sin x+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=2\sin\dfrac{\pi}{4}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Atunci $\sin B+\cos B=\sin C+\cos C \Rightarrow \sqrt{2}\cos\left(B-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(C-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Cum $B,C\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ obținem $B=C$, adică triunghiul ABC este isoscel.