

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
Soluție

1. Avem $|3 + 4i| = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ și atunci $|z| = |(3 + 4i)^4| = |3 + 4i|^4 = 5^4 = 625$.

2. Fie $V(x_v, y_v)$ vârful parabolei $\Rightarrow x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$, $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{1}{2}$. Evident $x_v + y_v = 0$.

3. Ecuația devine $\sin x(1 - 2\cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$ sau $1 - 2\cos x = 0$.

Cum $x \in [0, 2\pi)$, avem $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ și $x = \pi$, iar $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$ și $x = \frac{5\pi}{3}$, deci 4 soluții.

4. Numărul funcțiilor bijective $g: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 3, 4, 5\}$ este $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

5. Avem $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\overrightarrow{CD} = (a-1)\vec{i} + \vec{j}$.

Atunci $AB \perp CD \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Leftrightarrow -3(a-1) + 2 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$.

6. Avem $\sin x + \cos x = \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2\sin\frac{\pi}{4}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Atunci $\sin B + \cos B = \sin C + \cos C \Rightarrow \sqrt{2}\cos\left(B - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\cos\left(C - \frac{\pi}{4}\right)$.

Cum $B, C \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ obținem $B = C$, adică triunghiul ABC este isoscel.