

Soluție

1. $z = (2+i)^3 + (2-i)^3 = 2^3 + 3 \cdot 2^2 i + 3 \cdot 2i^2 + i^3 + 2^3 - 3 \cdot 2^2 i + 3 \cdot 2i^2 - i^3 = 4$, deci $|z| = 4$.

2. $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow c = 1; b = -3; a = -1$, deci $f(x) = -x^2 - 3x + 1 \Rightarrow f(2) = -9$.

3. Ecuația se scrie $2 \cdot 3^{2x} + 2^x \cdot 3^x - 3 \cdot 2^{2x} = 0$ și împărțind prin 2^{2x} se obține $2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} + \left(\frac{3}{2}\right)^x - 3 = 0$.

Notăm $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x \Rightarrow 2y^2 + y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 1$ și $y_2 = -\frac{3}{2}$.

Cum $\left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$, convine doar $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

4. Mulțimea A are 2010 elemente, iar numărul celor divizibile cu 402. Probabilitatea cerută este $\frac{1}{5}$.

5. Triunghiul AOB este dreptunghic în O . Avem $AO = 3, BO = 4, AB = 5$.

Fie x distanța de la O la dreapta AB . Atunci $AO \cdot OB = x \cdot AB \Rightarrow x = \frac{AO \cdot OB}{AB} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$.

6. $m(\angle ADC) = 135^\circ \Rightarrow m(\angle BAD) = 45^\circ$.

Aria paralelogramului este $AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = 24\sqrt{2}$.