

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

1. Numerele 1, 4, 7, ..., 100 sunt 34 termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice cu rația 3.

$$\text{Atunci } 1 + 4 + 7 + \dots + 100 = \frac{(1+100) \cdot 34}{2} = 1717.$$

2.  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / \exists x \in \mathbb{R} \text{ astfel încât } f(x) = y\}$ . Avem  $f(x) = y \Leftrightarrow x^2 + x + 1 - y = 0$ . Această ecuație are soluții reale dacă și numai dacă  $\Delta \geq 0$ .  $\Delta = 1 - 4(1 - y)$ ;  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{4}$ . În concluzie,  $\text{Im}(f) = \left[\frac{3}{4}; \infty\right)$ .

$$3. E = \sin\left(\arcsin \frac{1}{2}\right) + \sin\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2} + \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

4. Termenii dezvoltării sunt  $T_{k+1} = C_5^k (\sqrt{2})^{5-k} \cdot 1^k = C_5^k \sqrt{2^{5-k}}$ ,  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . Deoarece

$C_5^k \in \mathbb{N}$  avem  $T_{k+1} \in \mathbb{Q} \Leftrightarrow 5 - k = \text{par} \Leftrightarrow k \in \{1, 3, 5\}$ . Dezvoltarea are trei termeni raționali.

5.  $ABCD$  pătrat  $\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ . Atunci  $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\| = 2 \cdot \|\overrightarrow{AC}\| = 2\sqrt{2}$ .

$$6. \sin 105^\circ = \sin(45^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$