

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluție**

1. Avem  $100^{\lg 2} + \sqrt[3]{-27} = \left(10^{\lg 2}\right)^2 + \sqrt[3]{(-3)^3} = 2^2 + (-3) = 1$ .

2.  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} / \exists x \in \mathbb{R} \text{ așa încât } f(x) = y\}$ .

Pentru  $y=0$  avem  $f(0)=0$ , iar pentru  $y \neq 0$  avem:  $f(x)=y \Leftrightarrow yx^2 - 2x + y = 0$ . Această ecuație are soluții reale dacă și numai dacă  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4 - 4y^2 \geq 0$ , adică  $y \in [-1; 1]$ . În concluzie,  $\text{Im}(f) = [-1; 1]$ .

3. Notând  $3^x = y$  ecuația devine:  $3y = -y + 8$  de unde obținem  $y = 2$ . Avem  $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$ .

4.  $f(1)=3$ ,  $f(3)=4 \Rightarrow$  există 16 funcții  $g: \{2,3\} \rightarrow \{1,2,3,4\}$ .  $f(1)=4$ ,  $f(3)=3 \Rightarrow$  încă 16 funcții, deci în total 32 funcții.

5. Fie  $d$  dreapta ce trece prin  $O(0, 0)$  și este paralelă cu dreapta  $AB$ .

Un vector director al dreptei  $d$  este  $\overrightarrow{AB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ . Ecuația dreptei  $d$  este  $\frac{x}{-3} = \frac{y}{2} \Leftrightarrow 2x + 3y = 0$ .

6. Ridicând la pătrat cele două egalități din ipoteză, se obțin relațiile :

$$\cos^2 a + \cos^2 b + 2 \cos a \cos b = \frac{1}{4} \text{ și } \sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b = 1. \text{ Adunând membru cu membru aceste}$$

$$\text{două egalități obținem } 2 + 2(\cos a \cos b + \sin a \sin b) = \frac{5}{4}, \text{ adică } 2 + 2 \cos(a-b) = \frac{5}{4} \text{ de unde rezultă}$$

$$\cos(a-b) = -\frac{3}{8}.$$