

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1. Fie $a = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3}$. Prin calcul direct obținem $a = \frac{20}{27} \Rightarrow [a] = 0$.

2. Scăzând cele două ecuații obținem $x^2 + 4x + 3 = 0$ de unde $x = -1$ sau $x = -3$.

Sistemul are două soluții: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ și $\begin{cases} x = -3 \\ y = 19 \end{cases}$.

3. Avem $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} \frac{1}{3}$, de unde $x = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow x = \operatorname{ctg} \left(\operatorname{arcctg} \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

4. $T_{k+1} = C_{100}^k \cdot 5^{\frac{100-k}{4}} \Rightarrow k:4 \Rightarrow k \in \{0, 4, \dots, 100\}$. Deci sunt 26 termeni raționali.

5. Avem $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = 4\vec{i} - 8\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow A, B, C$ sunt coliniare.

6. Aria triunghiului dat este $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ unde $a = 4$, $b = 5$, $c = 7$ și $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Obținem $p = 8$ și $S = 4\sqrt{6}$. Atunci $r = \frac{S}{p} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{2}$.