Soluție

1. $2\left(2^{-a+2}+1\right)=2^{a-1}+2^{a+1}+1\overset{2^a=t>0}{\Rightarrow}5t^2-2t-16=0\Rightarrow t=2\Rightarrow a=1$.

2. $\begin{cases} x_V=-a+\frac{1}{2} \\ y_V=a-\frac{1}{4} \end{cases}$. Deci $x_V+y_V=\frac{1}{4}$.

3. $z^2+2z+4=0\Big|\cdot\underbrace{(z-2)}_{\neq 0}\Rightarrow z^3=8$. Așadar $z^2-\frac{8}{z}=\frac{z^3-8}{z}=0$.

4. Mulțimea dată are 40 de elemente, dintre care divizibile cu 2 și cu 5, deci cu 10, sunt numerele $10, 20, 30$ și 40. Probabilitatea este egală cu $\frac{1}{10}$.

5. Fie $\{O\}=AC\cap BD$ și $MN\perp AB,\ O\in(MN), M\in(DC), N\in(AB)$. Atunci $\left|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right|=$

$=\left|\left(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{BO}\right)+\left(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)\right|=\left|2\overrightarrow{NO}+2\overrightarrow{OM}\right|=2NM=8$.

6. $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\cos\alpha>0;\ \cos\alpha=\frac{5}{13}\Rightarrow\operatorname{tg}\alpha=\frac{12}{5};\ \operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}=-\frac{120}{119}$.