

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) Cum $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = -a$ și $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + a \cdot x) = 0$, dreapta $y = -a \cdot x$ este asimptota oblică spre $-\infty$.

b) $x = \ln a$ este punct de minim.

c) Din ipoteză avem că $f(x) \geq f(0), \forall x \in \mathbb{R}$, deci $x = 0$ este punct de minim pentru f . Din T. Fermat deducem că $f'(0) = 0 \Leftrightarrow a = 1$; se verifică faptul că $a = 1$ convine.

2.a) F este derivabilă pe $(0; \infty)$. $F'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\ln x - 2) + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} = f(x), x > 0$.

b) G primitivă $\Rightarrow G$ este derivabilă. $G'(x) = f(x) \geq 0, \forall x \geq 1 \Rightarrow$ concluzia.

c) $\text{Aria} = \int_{\frac{1}{e}}^e |f(x)| dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 -f(x) dx + \int_1^e f(x) dx = -F(x) \Big|_{\frac{1}{e}}^1 + F(x) \Big|_1^e = -2\sqrt{e} - \frac{6}{\sqrt{e}} + 8$.