Soluții

1.a) $f'(x)=\dfrac{36\cdot x^2-1}{x}, x>0 \Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $\left(0,\dfrac{1}{6}\right]$ și strict crescătoare pe $\left[\dfrac{1}{6},\infty\right)$.

b) Din **a)** avem că $f(x)\geq f\left(\dfrac{1}{6}\right)=\dfrac{1}{2}+\ln 6, \forall x>0$, deci $a\in\left(-\infty,\dfrac{1}{2}+\ln 6\right]$.

c) Deoarece $\lim\limits_{x\searrow 0} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$,utilizând **a)** avem ca pentru $m<\dfrac{1}{2}+\ln 6=m_0$ ecuația are 0 rădăcini reale, pentru $m=m_0$ ecuația are o rădăcină reală, iar pentru $m>m_0$ ecuația are două rădăcini reale.

2.a) Funcția este continuă, deci are primitive. Daca F este o primitivă pentru f_a, atunci $F'(x)=f_a(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$.
Aşadar funcția F este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

b) $\int_0^3 \dfrac{1}{|x-2|+3}dx=\int_0^2\dfrac{1}{5-x}dx+\int_2^3\dfrac{1}{x+1}dx=\ln\dfrac{20}{9}$.

c) $\lim\limits_{a\to\infty}\int_0^3 f(x)dx=\lim\limits_{a\to\infty}\int_0^3\dfrac{1}{a-x+3}dx=\lim\limits_{a\to\infty}\ln\dfrac{a+3}{a}=0$.