

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

**1.a)**  $f'(x) = \frac{36 \cdot x^2 - 1}{x}, x > 0 \Rightarrow f$  este strict descrescătoare pe  $\left(0, \frac{1}{6}\right]$  și strict crescătoare pe  $\left[\frac{1}{6}, \infty\right)$ .

**b)** Din **a)** avem că  $f(x) \geq f\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{2} + \ln 6, \forall x > 0$ , deci  $a \in \left(-\infty, \frac{1}{2} + \ln 6\right]$ .

**c)** Deoarece  $\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ , utilizând **a)** avem ca pentru  $m < \frac{1}{2} + \ln 6 = m_0$  ecuația are 0 rădăcini reale, pentru  $m = m_0$  ecuația are o rădăcină reală, iar pentru  $m > m_0$  ecuația are două rădăcini reale.

**2.a)** Funcția este continuă, deci are primitive. Dacă  $F$  este o primitivă pentru  $f_a$ , atunci  $F'(x) = f_a(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Așadar funcția  $F$  este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$ .

**b)**  $\int_0^3 \frac{1}{|x-2|+3} dx = \int_0^2 \frac{1}{5-x} dx + \int_2^3 \frac{1}{x+1} dx = \ln \frac{20}{9}.$

**c)**  $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 f(x) dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^3 \frac{1}{a-x+3} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \ln \frac{a+3}{a} = 0.$