

Soluții

1.a) $y = 0$ este asimptotă orizontală la ∞ și la $-\infty$.

Dreptele $x = 0$, $x = -1$ sunt asimptote verticale.

b) $f'(x) = \frac{-2(3x^2 + 3x + 1)}{x^3(x+1)^3} \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$, de unde se obține concluzia.

c) $\sum_{k=1}^n f(k) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$. Limita cerută este $\frac{1}{e}$

2.a) $I_1 = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = 1 - \ln \frac{3}{2}$.

b) $I_n = \int_1^2 \frac{x^n}{1+x^n} dx \leq \int_1^2 dx = 1$.

c) $I_n = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{1+x^n} \right) dx = 1 - \int_1^2 \frac{1}{1+x^n} dx$, iar $0 \leq J_n = \int_1^2 \frac{1}{1+x^n} dx \leq \int_1^2 \frac{1}{x^n} dx = \frac{1}{n-1} \left(1 - \frac{1}{2^{n-1}} \right) \Rightarrow J_n \rightarrow 0$
 $\Rightarrow I_n \rightarrow 1$.