

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1.a) $f'(x) = 1 - \sin x \geq 0$, deci are loc concluzia.

b) Se demonstrează prin inducție, folosind monotonia funcției.

c) Șirul este crescător și folosind **b)**, șirul este convergent. Concluzia rezultă trecând la limită în relația de recurență.

2.a) $I_1 = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$

b) $I_{n+1} - I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x (\cos x - 1) dx \leq 0$, de unde se obține concluzia.

c) $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)' \cdot \cos^{n-1} x dx$; $I_n = (n-1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x) \cdot \cos^{n-2} x dx$; $I_n = (n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n$,

deci $nI_n = (n-1)I_{n-2} \Rightarrow nI_n I_{n-1} = (n-1)I_{n-1} I_{n-2} = \dots = 1I_1 I_0 = \frac{\pi}{2}$.