

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

**1.a)** Avem că  $f'_s(0) = -\frac{3}{4}$  și  $f'_d(0) = \frac{1}{4}$ , deci  $f$  nu e derivabilă în  $x = 0$ .

$$\text{b) } f'(x) = \begin{cases} -\frac{e^{-x}(x+3)}{(x+2)^2}, x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \\ \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2}, x \in (0, \infty) \end{cases}; x = -3 \text{ este maxim și } x = 0 \text{ este minim.}$$

**c)** Șirul lui Rolle:

|            |           |            |                     |                   |           |
|------------|-----------|------------|---------------------|-------------------|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | $-3$       | $-2$                | $0$               | $+\infty$ |
| $f(x) - m$ | $-\infty$ | $-m - e^3$ | $-\infty   +\infty$ | $\frac{1}{2} - m$ | $+\infty$ |

pentru  $m < -e^3 \Rightarrow 2$  rădăcini;  $m = -e^3 \Rightarrow$  o rădăcină,  $x = -3$ ;  $m \in \left(-e^3, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow$  nicio rădăcină;

$m = \frac{1}{2} \Rightarrow$  o rădăcină,  $x = 0$ ;  $m > \frac{1}{2} \Rightarrow 2$  rădăcini.

**2.a)**  $I = \frac{13}{24} - \cos 1$ .

**b)**  $g'(x) = \frac{-\sin x}{x} < 0, \forall x \in (0, 1]$ , deci are loc cerința problemei.

**c)** Avem  $\frac{\sin t}{t} \geq 1 - \frac{t^2}{6}$ , pentru  $t > 0$ , deci  $g(x) \geq \int_x^1 \left(1 - \frac{t^2}{6}\right) dt = \frac{17}{18} - x + \frac{x^3}{6}$ .

Atunci, limita cerută  $L \geq \frac{17}{18} > 0,9$ .