

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**Soluții**

1. a)  $f_n'(x) = n \sin^{n-1} x \cos x$ , apoi se obține relația cerută.

b)  $f_n''(x) = n \sin^{n-2} x (n-1 - n \sin^2 x)$ ;  $f_n''(x_n) = 0, x_n \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow n; \sin^2 x = n-1 \Rightarrow \sin x_n = \sqrt{\frac{n-1}{n}}$ .

c)  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sin x_n)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \sin x_n - 1)^{\frac{1}{\sin x_n - 1} \cdot n(\sin x_n - 1)}$ ;  $L = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{n-1}{n}} - 1\right) n} = e^{-\frac{1}{2}}$ .

2.a)  $F$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$  și  $F'(x) = \frac{(2x+a)(x^2+1) - (x^3+ax^2+5x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = f(x)$ .

b)  $\text{Aria} = \int_1^2 f(x) dx = \frac{x^2+2x+5}{\sqrt{x^2+1}} \Big|_1^2 = \frac{13}{\sqrt{5}} - \frac{8}{\sqrt{2}}$ .

c) Cu schimbarea de variabilă  $t = -x$ , a doua integrală devine  $\int_{-2}^0 F(x) dx = \int_0^2 F(-t) dt$ .

Relația din ipoteză devine

$$\int_0^2 (F(x) - F(-x)) dx = 2 \Leftrightarrow \int_0^2 \frac{2ax}{\sqrt{x^2+1}} dx = 2 \Leftrightarrow a \cdot \sqrt{x^2+1} \Big|_0^2 = 1 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{5}+1}{4}.$$