

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluții

1. a) f este derivabilă pe $[0, \infty)$, $f'(x) = 2e^x + 6x - 2$. $f'(x) \geq 0, x \geq 0$, cu egalitate dacă $x = 0$, de unde se obține concluzia.

b) Pentru $x < 0$, $f'(x) < 0$, deci 0 este punct de minim global, de unde $f(x) \geq f(0)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

c) Deoarece $f'(x) = 2e^x + 6x - 2$, avem $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^x + 6x - 2}{2e^x + 3x^2 - 2x + 5} = 1$.

2. a) $I = \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt = \arctg t \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}$.

b) Cu substitutia $\frac{1}{t} = y \Rightarrow J = \int_{\frac{1}{x}}^1 f(t) dt = \int_x^1 f\left(\frac{1}{y}\right) \cdot \left(-\frac{1}{y^2}\right) dy = \int_1^x \frac{1}{t^2} \cdot f\left(\frac{1}{t}\right) dt = \int_1^x t^3 f(t) dt$.

c) $A = \int_{\frac{1}{x}}^x f(t) dt = \int_{\frac{1}{x}}^1 f(t) dt + \int_1^x f(t) dt = \int_1^x t^3 f(t) dt + \int_1^x f(t) dt = \int_1^x (t^3 + 1) f(t) dt$.

$$A = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt = \arctg x - \arctg 1, \text{ deci limita ceruta este } \frac{\pi}{4}.$$