**Rezolvare**

**1.** **a**) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-1=m$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{\left|x^2-x\right|}+x\right)\frac{1}{2}=n\Rightarrow y=-x+\frac{1}{2}$ este asimptotă oblică spre $-\infty$.

**b**) $f$ este derivabilă pe intervalul $\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$ şi 0 şi 1 sunt puncte de întoarcere ale graficului.

**c**) $f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$; $x\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ şi $f'(x)=\frac{1-2x}{2\sqrt{x^2-x}}$; $x\in(0,1)$. Pentru $x\in(-\infty,0)$, $f$ este strict descrescătoare, iar pentru $x\in(1,+\infty)$, $f$ este strict crescătoare. $f'\left(\frac{1}{2}\right)=0$, deci 0 şi 1 sunt puncte de minim (şi de întoarcere), iar $\frac{1}{2}$ este punct de maxim.

**2.** **a**) $I_2=\int_0^1\frac{x^2+1-1}{x^2+1}dx=x\Big|_0^1-\operatorname{arctg}x\Big|_0^1=1-\frac{\pi}{4}$.

**b**) $I_{n+2}+I_n=\int_0^1\frac{x^n(x^2+1)}{x^2+1}dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}\Big|_0^1=\frac{1}{n+1}$.

**c**) Din (**b**) $\Rightarrow\frac{1}{2(n+1)}\le I_n\le\frac{1}{2(n-1)}$, folosind monotonia lui $(I_n)_{n\ge1}$. Conform criteriului cleştelui avem $\lim\limits_{n\to\infty}nI_n=\frac{1}{2}$.