

Rezolvare

1. a) $f'(x) = \frac{4}{(\sqrt{3}-x)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \sqrt{3}.$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\sqrt{3}, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\sqrt{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3}$ este asimptotă orizontală la $\pm\infty$. $x = \sqrt{3}$ este asimptotă verticală.

c) Avem $a_{3n} = 2$ și $a_{3n+3} = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$, deci șirurile $(a_{3n})_{n \in \mathbb{N}}$ și $(a_{3n+3})_{n \in \mathbb{N}}$ au limite diferite.

2. a) $F'(x) = f(x) \Rightarrow F''(x) = e^{-x^2} \cdot (-2x) \Rightarrow 0$ este punct de inflexiune.

b) $\int_0^1 xf(x)dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 e^{-x^2} (-x^2)' dx = \frac{1-e^{-1}}{2}.$

c) $\int_0^1 F(x)(x)' dx = F(x) \cdot x \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)x = -\frac{1-e^{-1}}{2}.$