

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Rezolvare

1. a) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = x \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) > 0, \forall x < 0.$

b) $f''(x) = \frac{2}{(x^2+2)\sqrt{(x^2+2)}} - \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{(x^2+1)}} = \frac{2t \cdot \sqrt{t} - (t+1)\sqrt{t+1}}{(t+1) \cdot t \cdot \sqrt{t(t+1)}},$ unde $t = x^2 + 1.$

Se arată că există un singur t pentru care numărătorul este 0 și $t > 1$, deci două valori pentru x .

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ este asimptotă la $-\infty$.

2. a) $F_1(\pi) = \int_0^\pi x \sin x dx = -x \cos x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi \cos x = \pi$ (se integrează prin părți).

b) $F_{n+1}(1) - F_n(1) = \int_0^1 t \cdot \sin^2 t \cdot (\sin t - 1) dt < 0.$

c) Deoarece $\sin t \leq t$, $0 \leq F_n(1) \leq \int_0^1 t^{n+1} dt = \frac{1}{n+2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(1) = 0.$