**Rezolvare**

**1.** **a)** $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=x\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)>0,\ \forall x<0.$

**b)** $f''(x)=\frac{2}{\left(x^2+2\right)\sqrt{\left(x^2+2\right)}}-\frac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{\left(x^2+1\right)}}=\frac{2t\cdot\sqrt{t}-(t+1)\sqrt{t+1}}{(t+1)\cdot t\cdot\sqrt{t(t+1)}}$, unde $t=x^2+1$.

Se arată că există un singur $t$ pentru care numărătorul este $0$ și $t>1$, deci două valori pentru $x$.

**c)** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\Rightarrow y=0$ este asimptotă la $-\infty$.

**2.** **a)** $\mathrm{F}_1(\pi)=\int_0^{\pi} x\sin x dx=-x\cos x\Big|_0^{\pi}+\int_0^{\pi}\cos x=\pi$ (se integrează prin părți).

**b)** $\mathrm{F}_{n+1}(1)-\mathrm{F}_n(1)=\int_0^1 t\cdot\sin^2 t\cdot(\sin t-1)dt<0.$

**c)** Deoarece $\sin t\le t$, $0\le \mathrm{F}_n(1)\le\int_0^1 t^{n+1}dt=\frac{1}{n+2}\Rightarrow\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{F}_n(1)=0.$