rezolvare

1.a) $f'(x) = 1 - e^{-x} > 0, \forall x > 0$.

b) Derivata este pozitivă pe $[0,\infty)$ şi negativă pe $(-\infty, 0]$, deci avem doar punctul de extrem 0.

c) Din $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$. Rezultă: dacă $m \in (1;\infty) \Rightarrow$ ecuația are 2 soluții reale diferite; dacă $m = 1 \Rightarrow$ ecuația are doar o soluție $x = 0$; dacă $m \in (-\infty;1) \Rightarrow$ ecuația are nu are soluție.

2.a) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{t}{1+t^2} dt = \frac{1}{2} \ln(1+t^2) \Big|_1^{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \ln 2$.

b) Dacă F este o primitivă a funcției $h(t) = \frac{t}{1+t^2}$, atunci $f(x) = F(\operatorname{tg} x) - F(1)$, deci $f'(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) F'(\operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} x$.

c) Raționând ca mai sus, $f'(x) + g'(x) = \operatorname{tg} x - \frac{1}{\operatorname{ctg} x} = 0$. Rezultă $f(x) + g(x) = \text{constant } = 0$.