

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**rezolvare**

**1.a)**  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \arctg x = \frac{\pi}{2}$

**b)** Dreapta  $y = 0$  este asimptotă orizontală spre  $+\infty$ .

**c)** Deoarece  $\arctg$  este funcție strict crescătoare, funcția dată are aceleași puncte de extrem local

ca și funcția  $g : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ , adică  $x = 0$ .

**2.a)**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \left( \sin x - x + \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^3}{48}.$

**b)**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^2} = +\infty.$

**c)**  $f'(x) = -\sin x + x; f''(x) = 1 - \cos x \Rightarrow f$  este strict crescătoare pe intervalul  $[0, +\infty) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos x^2 - 1 + \frac{x^4}{2} \geq 0 \Rightarrow \cos x^2 \geq 1 - \frac{x^4}{2} \Rightarrow \int_0^1 \cos(x^2) dx \geq \frac{9}{10}.$$