

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

1.a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \arcsin 0 = 0.$

b) Funcția este derivabilă pentru $-1 < \frac{2x}{1+x^2} < 1$, adică $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. În punctele ± 1 , derivatele laterale sunt diferite, deci funcția nu este derivabilă.

c) Deoarece \arcsin este funcție strict crescătoare, punctele de extrem ale funcției f coincid cu cele ale funcției $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$. Acestea sunt ± 1 .

2.a) $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx = -\frac{1}{3} \left(1-x^2\right)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$

b) $V = \pi \int_0^1 (1-x^2) dx = \frac{2\pi}{3}.$

c) $a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$ sunt sume Riemann pentru funcția f , diviziunile $D_n = \left(0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}\right)$ și punctele intermediare $X_n = \left(\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}\right)$. Deoarece funcția este integrabilă și șirul normelor diviziunilor tinde la 0, șirul sumelor Riemann este convergent.