rezolvare

1. a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$, deci avem asimptota orizontală $y=0$ spre $+\infty$.

b) $f'(x)=\dfrac{3x^2-12}{x^4}\Rightarrow$ funcția este strict descrescătoare pe $[1,2]$ şi strict crescătoare pe $[2,\infty)$. Mulțimea valorilor funcției este $[f(2), f(1)]=[-1,1]$.

c) Funcția este derivabilă pe $(2,\infty)$, deoarece, pe acest interval, $-1< f(x)<0$, f este derivabilă şi $\arccos$ este derivabilă. În punctul 2, $g'(2)=\lim\limits_{x\searrow 2} g'(x)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. În concluzie, funcția este derivabilă pe $[2,\infty)$.

2. a) $F'(x)=f(x)$.

b) $\pi\int_0^1 f^2(x)dx=\pi\left(\int_1^2\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x^2+1}\right)dx\right)=\pi\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}2\right)$.

c) $F(x)<0,$ deci $A=-\int_1^2 F(x)dx=-xF(x)\Big|_1^2+\int_1^2 xf(x)dx=F(1)-2F(2)+\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\Big|_1^2=$

$=\ln\dfrac{\left(11+5\sqrt{5}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)}{2}$.