

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

rezolvare

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$, deci avem asimptotă orizontală $y = 0$ spre $+\infty$.

b) $f'(x) = \frac{3x^2 - 12}{x^4} \Rightarrow$ funcția este strict descrescătoare pe $[1, 2]$ și strict crescătoare pe $[2, \infty)$. Mulțimea valorilor funcției este $[f(2), f(1)] = [-1, 1]$.

c) Funcția este derivabilă pe $(2, \infty)$, deoarece, pe acest interval, $-1 < f(x) < 0$, f este derivabilă și arccos este derivabilă. În punctul 2, $g'(2) = \lim_{x \searrow 2} g'(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. În concluzie, funcția este derivabilă pe $[2, \infty)$.

2. a) $F'(x) = f(x)$.

b) $\pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \left(\int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx \right) = \pi \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \arctg 2 \right)$.

c) $F(x) < 0$, deci $A = -\int_1^2 F(x) dx = -x F(x) \Big|_1^2 + \int_1^2 x f(x) dx = F(1) - 2F(2) + \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right) \Big|_1^2 =$
 $= \ln \frac{(11 + 5\sqrt{5})(3 - 2\sqrt{2})}{2}.$