

Komplex számok algebrai alakja

$$i = \sqrt{-1} \\ i^{4k+1} = i = -1$$

$$i^2 = -1 \\ i^{4k+2} = i^2 = -1$$

$$i^3 = -i \\ i^{4k+3} = i^3 = -i$$

$$i^0 = i^4 = 1 \\ i^{4k} = i^4 = i^0 = 1$$

$$z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R} \quad a = \operatorname{Re}(z); b = \operatorname{Im}(z)$$

$$\bar{z} = a - bi \quad \text{a } z \text{ komplex szám konjugáltja}$$

$$a = \frac{z + \bar{z}}{2}; \quad ib = \frac{z - \bar{z}}{2}$$

$$z \cdot \bar{z} = r^2 = a^2 + b^2 = |z|^2$$

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{r^2}$$

$$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$A(a; b) \text{ a } z \text{ komplex szám affixuma}$$

$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ a } z \text{ komplex szám modulusza}$$

$$z \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z = \bar{z}$$

$$|z| = |\bar{z}| = |-z| = |-\bar{z}| \quad \|z_1| - |z_2| \| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

$$\overline{\alpha \cdot z} = \alpha \cdot \bar{z}$$

$$\overline{\bar{z}} = z$$

$$\overline{z^n} = (\bar{z})^n$$

Komplex számok trigonometriai alakja

$$z = a + bi \quad a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow A(a; b) \text{ pont mely}$$

$$\text{vagy valamelyik negyedben van, ha } a \neq 0 \text{ és } b \neq 0$$

$$\text{vagy valamelyik tengelyen van, ha } a = 0 \text{ vagy } b = 0$$

$$z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha) \quad \alpha^* = \arctg \left| \frac{b}{a} \right|$$

$$\text{ha } A(a; b) \in I \text{ negyed akkor } \alpha = \alpha^*$$

$$\text{ha } A(a; b) \in II \text{ negyed akkor } \alpha = \pi - \alpha^*$$

$$\text{ha } A(a; b) \in III \text{ negyed akkor } \alpha = \pi + \alpha^*$$

$$\text{ha } A(a; b) \in IV \text{ negyed akkor } \alpha = 2\pi - \alpha^*$$

$$\text{ha } a = 0 \text{ és } b > 0 \text{ akkor } \alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{ha } b = 0 \text{ és } a > 0 \text{ akkor } \alpha = 0$$

$$\text{ha } a = 0 \text{ és } b < 0 \text{ akkor } \alpha = \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{ha } b = 0 \text{ és } a < 0 \text{ akkor } \alpha = \pi$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot (\cos(\alpha_1 + \alpha_2) + i \sin(\alpha_1 + \alpha_2))$$

$$z^n = r^n (\cos(n\alpha) + i \sin(n\alpha))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot (\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + i \sin(\alpha_1 - \alpha_2))$$

$$\sqrt[n]{z} = z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\alpha + 2k\pi}{n} \right); k = \overline{0; n-1}$$

Sajátos komplex számok:

$$1 = \cos 0 + i \sin 0 = 1 + 0 \cdot i$$

$$-1 = \cos \pi + i \sin \pi = -1 + 0 \cdot i$$

$$i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = 0 + 1 \cdot i$$

$$-i = \cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} = 0 - 1 \cdot i$$

$$u_n = \left\{ z / z^n = 1 \right\} = \left\{ \cos \frac{2k\pi}{n} + i \sin \frac{2k\pi}{n} \right\}; k = \overline{0; n-1}$$

az n -ed rendű egységgyökök halmaza

$$u_2 = \left\{ z / z^2 = 1 \right\} = \left\{ \cos \frac{2k\pi}{2} + i \sin \frac{2k\pi}{2} \right\}; k = \overline{0; 1} = \{ \pm 1 \}$$

a másodrendű egységgyökök halmaza

$$u_3 = \left\{ z / z^3 = 1 \right\} = \left\{ \cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3} \right\}; k = \overline{0; 2} = \left\{ 1; \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \right\}$$

a harmadrendű egységgyökök halmaza

$$u_4 = \left\{ z / z^4 = 1 \right\} = \left\{ \cos \frac{k\pi}{2} + i \sin \frac{k\pi}{2} \right\}; k = \overline{0; 3} = \{ \pm 1; \pm i \}$$

a negyedrendű egységgyökök halmaza

$$u_6 = \left\{ z / z^6 = 1 \right\} = \left\{ \cos \frac{k\pi}{3} + i \sin \frac{k\pi}{3} \right\}; k = \overline{0; 5} = \left\{ \pm 1; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2} \right\}$$

a hatodrendű egységgyökök halmaza

$$\text{Ha } \varepsilon \text{ az } x^2 + x + 1 = 0 \text{ gyöke akkor } \varepsilon^3 = 1 \text{ és } \varepsilon^2 + \varepsilon + 1 = 0 \text{ ahonnan } \varepsilon^2 = -\varepsilon - 1 \text{ és } \varepsilon = -\varepsilon^2 - 1$$

$$\text{Ha } \omega \text{ az } x^2 - x + 1 = 0 \text{ gyöke akkor } \omega^3 = -1 \text{ és } \omega^2 - \omega + 1 = 0 \text{ ahonnan } \omega^2 = \omega - 1 \text{ és } \omega = \omega^2 + 1$$