Logaritmus tulajdonságai

Értelmezés: $\boxed{\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \qquad ha \qquad a>0; a\neq 1; b>0}$

$\boxed{a^{\log_a x} = x}$ $\quad e^{\ln x} = x \quad 10^{\lg x} = x$ $\quad \boxed{\log_a a = 1}$ $\quad \ln e = 1 \quad \lg 10 = 1$

$\boxed{\log_a a^x = x}$ $\quad \ln e^x = x \quad \lg 10^x = x$ $\quad \boxed{\log_a 1 = 0}$ $\quad \ln 1 = 0 \quad \lg 1 = 0$

$\boxed{\log_a b^x = x\log_a b}$ $\quad \boxed{\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)}$ $\quad \boxed{\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)}$ $\quad \boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$

Kombinatorika

Szorzási szabály: egymástól független lehetőségek szorzódnak

Pl. $f: A \to B;\ card(A) = a; card(B) = b;$ függvények száma: b^a

n oldalú konvex sokszög átlóinak száma: $\frac{n(n-3)}{2}$

n különböző ponton (semelyik 3 nem kollineáris) keresztül húzható egyenesek száma: $\frac{n(n-1)}{2}$

Permutáció: n különböző elemet sorba rakunk **Permutációk száma:** $P_n = n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n \quad 0! = 1$

Variáció: n különböző elemből k különbözőt választunk úgy, hogy <u>számít a sorrend</u> $(n \geq k)$

Pl. $f: A \to B;\ card(A) = a; card(B) = b; b \geq a$ injektív függvények száma: V_b^a

Variációk száma: $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$

Kombináció: n különböző elemből k különbözőt választunk úgy, hogy <u>nem számít a sorrend</u> $(n \geq k)$

Pl. n elemű halmaz k elemű részhalmazainak a száma: C_n^k

n elemű halmaz *összes* részhalmazainak a száma: $C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n = 2^n$

n különböző ponton (semelyik 3 nem kollineáris) keresztül húzható egyenesek száma: C_n^2

Kombinációk száma: $C_n^k = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{V_n^k}{k!}$

$\boxed{C_n^0 = C_n^n = 1}$ $\quad \boxed{C_n^1 = C_n^{n-1} = n}$ $\quad \boxed{C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}}$ $\quad \boxed{C_n^0 + C_n^2 + \ldots = C_n^1 + C_n^3 + \ldots = 2^{n-1}}$

Pascal féle háromszög

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & C_0^0 & & & \\
 & & C_1^0 & & C_1^1 & & \\
 & C_2^0 & & C_2^1 & & C_2^2 & \\
C_3^0 & & C_3^1 & & C_3^2 & & C_3^3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 1 & & \\
 & 1 & & 2 & & 1 & \\
1 & & 3 & & 3 & & 1
\end{array}
$$

Newton binomiális tétele

$$\boxed{(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots C_n^{n-2} a^2 b^{n-2} + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n a^0 b^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} T_{k+1}}$$

$\boxed{T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k}$ $\quad k \in \{0;1;\ldots;n\} \quad n+1$ tag

Valószínűség

$$\boxed{p = \frac{kedvezo\ estek\ szama}{osszes\ lehetseges\ esetek\ szama}}$$