

Alapfeladatok

Permutációk: Adott az n természetes szám. Határozzuk meg az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz elemeinek összes lehetséges permutációját ($n!$)

Variációk: Adott az n és p természetes szám ($p \leq n$). Határozzuk meg az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz összes p elemből álló variációját! Két halmazt, melynek elemei azonosak, de különböző azok sorrendje, **különböző** megoldásnak tekintünk.

Kombinációk: Adott az n és p természetes szám ($p \leq n$). Határozzuk meg az $\{1, 2, \dots, n\}$ halmaz összes p elemből álló kombinációját! Két halmazt, melynek elemei azonosak, de különböző azok sorrendje, **azonos** megoldásnak tekintünk.

Királynők: Helyezzünk egy sakktáblára nyolc királynőt (vezért) úgy, hogy ne támadják egymást! Két királynő támadja egymást, ha ugyanabban a sorban, oszlopban vagy átlón találhatók. A feladat átlalánosítható $n \times n$ -es táblára és n királynőre.

Kötelező feladatok

1. TEVE

Egy beduin n tevével utazik a sivatagban. Ahhoz, hogy megtörje a napok egyhangúságát, minden nap más sorrendbe állítja a tevéket úgy, hogy egy teve elé csak olyan teve kerüljön, amely még nem utazott előtte. Írd ki az összes lehetséges sorrendet!

Pl: $n=5$

1 2 3 4 5

1 3 2 5 4

1 4 3 5 2

2 4 1 5 3

2. SZAMFELBONTAS 1: a beolvasott n -et bontsuk fel természetes számok összegére

$n=4$

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1$$

$$4 = 1 + 1 + 2$$

$$4 = 1 + 3$$

$$4 = 2 + 2$$

3. SZAMFELBONTAS 2: prímszámok összege

$n=7$

$$7 = 2 + 2 + 3$$

$$7 = 2 + 5$$

4. HALMAZPARTICIO

Adott egy n elemű halmaz. Határozzuk meg a halmaz összes lehetséges partícióját!

Egy M halmaz M_1, M_2, \dots, M_k részhalmazai partíciót alkotnak, ha nincs közös elemük és az egyesítésük pontosan az M halmaz.

Pl: $\{1, 2, 3\}$ halmaz esetén a megoldások

1	$\{1, 2, 3\}$
2	$\{1\} \{2, 3\}$
3	$\{1, 2\} \{3\}$
4	$\{1, 3\} \{2\}$
5	$\{1\} \{2\} \{3\}$

5. PENZERME

Adott az S pénzösszeg, amelyet ki szeretnénk fizetni a rendelkezésünkre álló n típusú pénzerme felhasználásával.

Ismerve ezek értékét, határozzuk meg az összes lehetséges módot, ahogy az adott összeg kifizethető, feltételezve, hogy a pénzermeből rendelkezésünkre áll a szükséges mennyiség!

PL: $n=3$, a pénzerme értéké 1, 3, 5 az összeg $S=8$

$$1*3 + 1*5 = 8$$

$$2*1 + 2*3 = 8$$

$$3*1 + 1*5 = 8$$

$$5*1 + 1*3 = 8$$

$$8*1 = 8$$

6. PENZERME 2

Adott az S pénzösszeg, amelyet ki szeretnénk fizetni a rendelkezésünkre álló n típusú pénzerme felhasználásával. Ismerve ezek értékét, határozzuk meg az összes lehetséges módot, ahogy az adott összeg kifizethető, tudva azt, hogy mindegyik érméből csak adott darabszám van.

PL: $n=3$ $S=100$

6 db 3-as értékű érme
4 db 7-es értékű érme
14 db 5-es értékű érme

Megoldások:

1: $3*3 + 3*7 + 14*5 = 100$
2: $4*3 + 4*7 + 12*5 = 100$

7. Utazó ügynök feladat

Adott n számú város és a városokat összekötő utak. Adott továbbá egy ügynök, akinek adott városból kiindulva, minden várost végig kell látogatnia úgy, hogy minden várost pontosan egyszer érint, és az út befejeztével visszatér a kiindulási városba. Határozzuk meg az ügynök összes lehetséges útját.

8. Térképszínezés

Adott egy térkép, amelyen n ország szerepel. Színezzük ki a térképet leg több 4 színt használva úgy, hogy bármely két szomszédos ország egymástól eltérő színű legyen!

9. Labirintus

Adott egy labirintus az $a[1..n][1..m]$ bináris tömbben (1-essel kódoljuk a falat, 0-val a folyosót). Adott még egy személy pozíciója a labirintusban (az x koordináta a sorindex, az y az oszlopindex). Generáljuk az összes hurokmentes utat, amelyen a személy kijuthat a labirintusból.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	2	2	2	2	2	2	2	2
1	2	1	1	1	0	1	1	2
2	2	1	0	0	0	0	1	2
3	2	0	1	e	1	0	1	2
4	2	0	1	0	0	0	0	2
5	2	0	0	1	0	1	0	2
6	2	2	2	2	2	2	2	2

Gyakorlatok:

1. Adott hat szín: fehér, sárga, piros, kék, zöld és fekete. Ilyen színű gyöngyökből kellene n elemből álló gyöngysor előállítani, melyre teljesülnek a következő feltételek:

- nem szerepelhet egymás mellett azonos szín
- a fehér gyöngy nem lehet sárga mellett, a zöld gyöngy pedig a kék mellett
- a piros piros gyöngyökből nem lehet $n/2$ -nél többet felhasználni.

2. Adott n darab természetes szám és az s összeg. Írd fel azt a $+$ és $-$ jelekből álló sort, melyeket a számok elé helyezve megkapjuk az s összeget.

Pl: $n=5$ és $s=10$ esetén a megoldások

$$+4-1-3+8+2$$

$$-4+1+3+8+2$$

3. Adott az n ($0 < n \leq 10$) és n darab természetes szám. Írd fel azt a $+$ és $-$ jelekből álló sort, melyek esetén balról jobbra haladva a kiértékeléssel mindig pozitív számokat kapunk.

Pl: $n=3$ és a számok 3 5 2 esetén a megoldások

$3+5+2$

$3+5-2$

4. Adott n -re írjuk ki a "sor.ki" szöveges állományba az összes $2n+1$ elemszámú pozitív számsorozatot, amelyek a következő tulajdonságokkal rendelkeznek:

$$a_1 = 0$$

$$|a_i - a_{i+1}| = 1, i=1, 2, \dots, 2n$$

$$a_{2n+1} = 0$$

Ha $n=4$ akkor a sor.ki tartalma a következő:

0 1 0 1 0 1 0 1 0

0 1 0 1 0 1 2 1 0

0 1 0 1 2 1 0 1 0

0 1 0 1 2 1 2 1 0

0 1 0 1 2 3 2 1 0

0 1 2 1 0 1 0 1 0

0 1 2 1 0 1 2 1 0

0 1 2 1 2 1 0 1 0

0 1 2 1 2 1 2 1 0

0 1 2 1 2 3 2 1 0

0 1 2 3 2 1 0 1 0

0 1 2 3 2 1 2 1 0

0 1 2 3 2 3 2 1 0

0 1 2 3 4 3 2 1 0

5. Adottak az n és p természetes számok ($0 < p \leq n$). Állítsd elő az összes n elemű szigorúan pozitív számokból álló sort, melyek p -vel kezdődnek és végződnek és a sorban két szomszédos elem különbsége mindig 1.

Írd ki a kapott megoldások számát is! Ha nincs megoldás, akkor írd ki ennek megfelelő üzenetet.

Pl. $n=5$ és $p=2$, a megoldások egy része:

2 3 4 3 2

2 3 2 3 2

2 3 2 1 2

2 1 2 3 2

2 1 2 1 2

....

6. Adott az n ($n \leq 10$) és n darab egész szám (az adatokat billentyűzetről olvasd be). Írd ki a megadott n szám összes lehetséges sorrendjét úgy, hogy negatív számok ne álljanak egymás mellett.

Pl: $n=4$ és a számok: 2, -3, 4, és -1 akkor a kapott megoldások egy rész (2 -3 4 -1), (4 -3 2 -1), (-3 2 -1 4), ...

Írd ki a kapott megoldások számát is! Ha nincs megoldás, akkor írd ki ennek megfelelő üzenetet a képernyőre!

7. Írd fel az összes olyan N számjegyből álló természetes számot ($n \leq 10$) melyre a számjegyek összege $5N$.

Ha nincs megoldás akkor írd ki egy ennek megfelelő üzenetet.

Pl. $N=2$ esetén a megoldások 19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91

8. A billentyűzetről beolvassuk az S számok és az A vektor elemeit (szigorúan pozitív számok). Írd fel az A vektor elemeinek összes olyan részhalmazát, melyre az elemek összege pontosan S .

Pl. $A=(1, 2, 3, 4, 5)$ és $S=8$ a megoldások (3, 5), (1, 3, 4), (1, 2, 5)

9. A ROMGAZ szerelőinek n típusú cső áll a rendelkezésére. Minden típusból adott számú cső van, az azonos típusú csövek azonos hosszúságúak. A szerelőknek egy L hosszúságú vezetékkel kell összekapcsolniuk, csak a rendelkezésre álló csöveket használhatják fel, de mindegyik csőből legalább egyet fel kell használni.

Ismerve mind az n típusú cső hosszát, írd fel az összes lehetséges módot a vezeték előállításához.

Pl: $n=3$ akkor három típusú csővem van: 3 darab 10 méteres cső, 3 darab 20 méteres cső és egy darab 50 méteres cső. A vezeték hossza, amit össze kell állítanunk 100.

A kapott megoldások:

$$1 \cdot 10 \text{ m} + 2 \cdot 20 \text{ m} + 1 \cdot 50 \text{ m} = 100 \text{ m} \quad \text{és} \quad 3 \cdot 10 \text{ m} + 1 \cdot 20 \text{ m} + 1 \cdot 50 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

10. Egy üzletben n ($n \leq 20$) termék van, 1-től n -ig számozva. Egy vásárlónak s pénzösszeg áll a rendelkezésére, az összes pénzt el akarja költeni úgy, hogy ne vásároljon két azonos terméket. Minden termék árát ismerve írjatok egy programot, amely a vásárlónak megadja az összes lehetséges módot a pénze elköltésére.

A billentyűzetről beolvasott adatok: s , n majd az n termék ára. A kimeneti állomány az „UZLET.OUT”, minden sorában egy-egy megoldást tartalmaz. Egy megoldás a termékek sorszáma lesz egymástól szóközzel elválasztva. Ha nincs megoldás a kimeneti állományba a NEM LEHETSEGES üzenetet írd be.

Pl. $n=5$, $s=100$ az árak 20 50 70 30 60 a kimeneti állomány UZLET.OUT tartalma a következő:

3 4

1 2 4

11. A billentyűzetről beolvassuk az n és s számokat, majd n darab, különböző egész számot a $[-1000, 1000]$ intervallumból. Írd fel a beolvasott számok összes olyan részhalmazát, melyekre a számok összege s . A halmaz elemeit növekvő sorrendbe írd ki.

Pl. $n=7$ és $s=61$ és a beolvasott számok 12, 61, 22, 57, 10, 4 23 a kapott megoldás:

4 12 22 23

4 57

61

12. Delegáció: Adott az m , n , a p és r természetes szám. Az m személyből álló csoport tagjai közül n nő, és létre kell hozni egy p tagú delegációt úgy, hogy közöttük r nő legyen, Határozzuk meg az összes lehetséges csoportot!